

電流線要素を用いた導体細線を含む 有限要素法電磁場解析

サイエンス ソリューションズ
亀有昭久*, 阿波根明

1. はじめに
2. 解析法
3. 解析例
4. まとめ

静止器・回転機合同研究会
2010.9.28 かがしま県民交流センター

1. はじめに

- 微細構造 << 系のスケール(大きさ)

- 積層鉄心

均質化法

- 表皮効果

表面インピーダンス法

- 薄板導体

Shielding要素

- 狭Gap

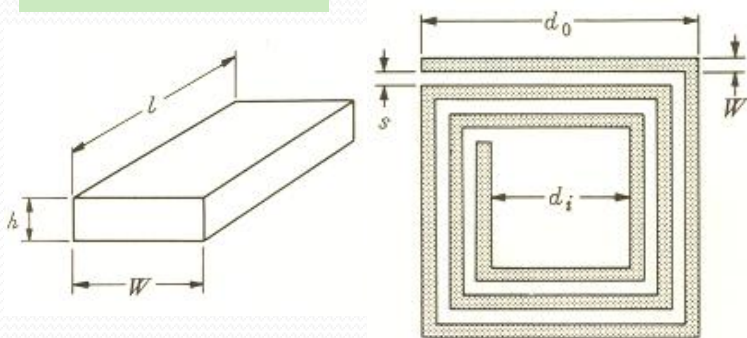
Gap 要素

絶縁Gap要素(多重節点)

- 導体細線

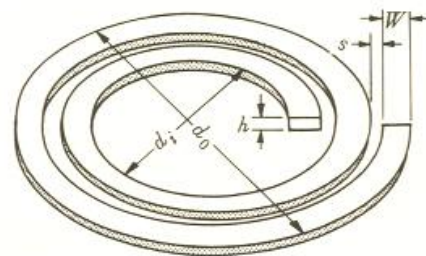
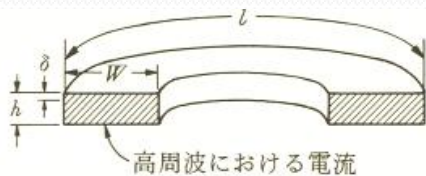
電流線要素

インダクタ



導体膜厚 = t

直線リボン 角型スパイラル



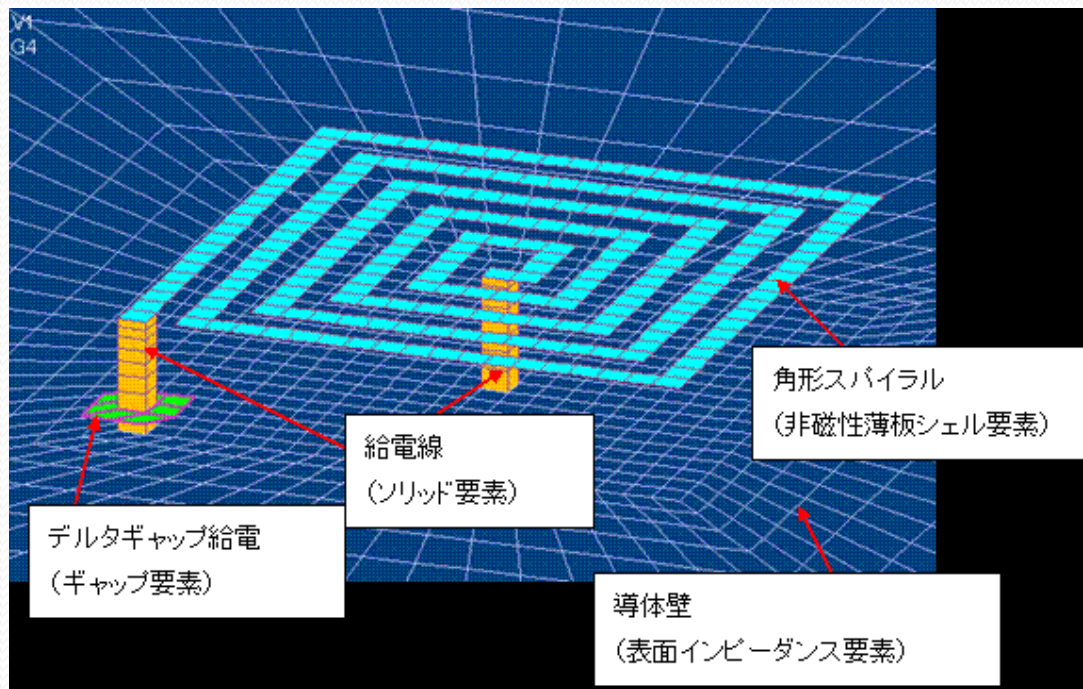
円型スパイラル

表 4.2 各種の集中定数インダクタの定数

インダクタの種類	インダクタ	Q値	文献
直線リボン状	$L_R = 5.08 \times 10^{-3} l \left[\ln \frac{l}{W+h} + 1.193 + 0.2235 \frac{W+h}{l} \right] \quad (1)$	$Q_R = 2.15 \times 10^3 \frac{L_R \text{ (nH)} \cdot W}{K' \cdot l} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho \text{ [Cu]} \cdot f \text{ [GHz]}}{\rho}}} \quad (2)$	(2) (3)
円形スパイラル状	$L_s = \frac{a^2 n^2}{8a + 11c} \quad (\text{nH}) \quad (3)$ <p> $a = (d_0 + d_i)/4$ $c = (d_0 - d_i)/2$ n: 巻数 d_0, d_i: 単位 mils </p>	$\frac{Q_s d_0^{\frac{1}{2}}}{L_s^{\frac{1}{2}}} = \frac{1.25 \times 10^2 W}{K' \left(1 - \frac{7 d_i}{15 d_0}\right)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho \text{ [Cu]} \cdot f \text{ [GHz]}}{\rho}}} \quad (4)$	(5) (6)
		$\frac{Q_{s \max} d_0^{\frac{1}{2}}}{L_s^{\frac{1}{2}}} = \frac{1.3 \times 10^2 W}{K'} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{f \text{ [GHz]} \cdot \rho \text{ [Cu]}}{\rho}}} \quad (5)$ <p>($d_0 = 5d_i$ の条件での Q 値: Q の最大値)</p>	
角形スパイラル状	$L(\mu\text{H}) = 8.5 \times 10^{-10} d_0 \text{ (cm)} \times n^{\frac{5}{3}}$ $= 8.5 \times 10^{-10} \frac{A}{W^{\frac{5}{3}}} \quad (6)$ <p> ただし, $d_0 = \sqrt{A}$, $W = s$ A: コイルの表面積 (cm²) n: コイルの巻数 W: 導体幅 (cm) s: 導体間隔 (cm) </p>	$Q_0 = 12.4 \frac{f}{f_0} \times \frac{t^2}{\rho} \times \frac{1}{n^{\frac{1}{3}}} \times 10^4 \quad (7)$ <p>ただし, t は導体膜の厚さ (cm) ρ は固有抵抗</p>	(7)

小西良弘:「マイクロ波回路の基礎とその応用」, 総合電子出版社(1990)

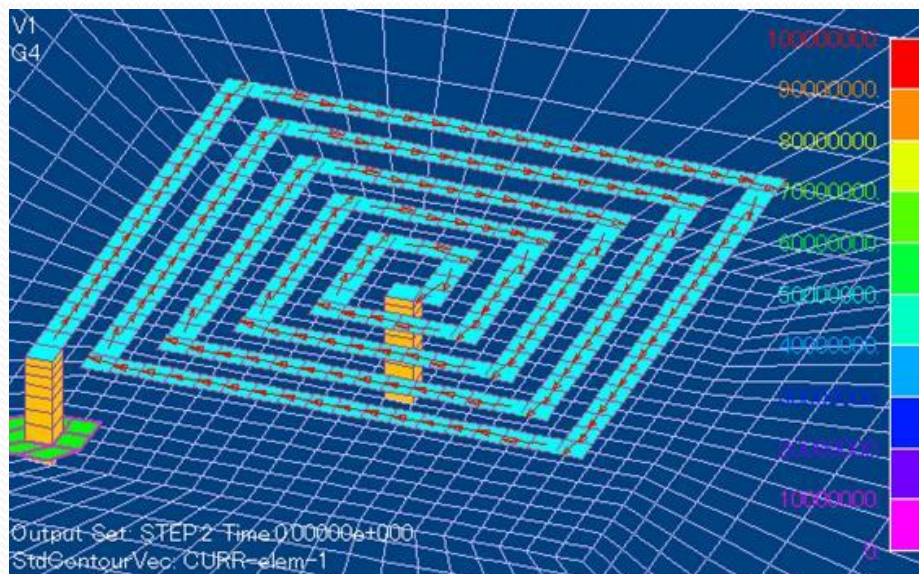
導体ソリッド要素を用いた解析(1/2)



ソリッド要素 → 線要素

<http://www.ssil.com/em/EMSolution/ja/Support/Tutorial/ThinPlate/SquareSpiralInductor/index.htm>

導体ソリッド要素を用いた解析(2/2)

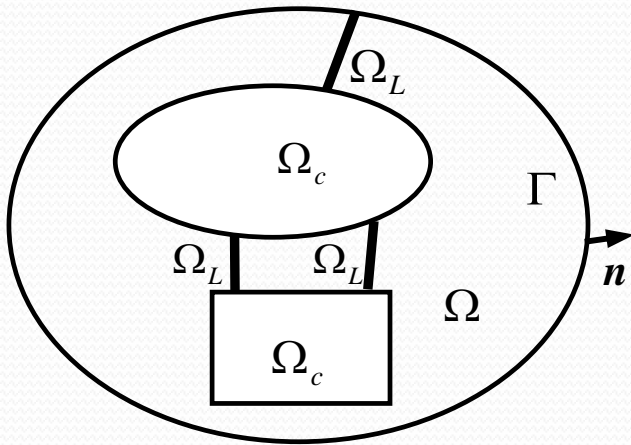


ソリッド要素の難点

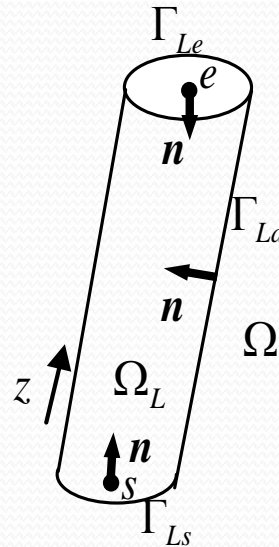
- ・導線が細く円断面の場合、現実的なモデル化やメッシュ分割が困難.
- ・インピーダンス(抵抗, インダクタンス)の精度が悪い.
- ・表皮効果を解析するためには, 細分割が必要.

2. 解析法

導体細線の有限要素法



解析モデル



導体細線

- Ω : 全解析領域
- Ω_c : 導体
- Ω_L : 導体細線
- Γ : Ω の境界
- Γ_a : Ω の境界
- Γ_{Ls} : Ω_c の始点の境界
- Γ_{Le} : Ω_c の終点の境界
- n : Γ の外向き法線
単位ベクトル
- z : 始点から終点
までの距離

A-φ法にガラーキソ法を適用した残差式(1/3)

$$\begin{aligned}
 G(N) &= \int_{\Omega-\Omega_L} N \cdot (\nabla \times \mathbf{H} - \mathbf{J}) dv \\
 &= \int_{\Omega-\Omega_L} \nabla \times N \cdot \mathbf{H} dv - \int_{\Omega-\Omega_L} N \cdot \mathbf{J} dv \\
 &\quad - \int_{\Gamma+\Gamma_L} N \times \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} ds
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G(\varphi) &= \int_{\Omega-\Omega_L} \varphi \nabla \cdot \mathbf{J} dv \\
 &= - \int_{\Omega-\Omega_L} \nabla \varphi \cdot \mathbf{J} dv + \int_{\Gamma_L} \varphi \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} ds
 \end{aligned}$$

$$0 = \int_s^e \varphi \frac{\partial I}{\partial z} dz = - \int_s^e \frac{\partial \varphi}{\partial z} I dz + \varphi I \Big|_s^e$$

電流線要素分

$$\begin{aligned}
 G_L(N) &= - \int_{\Gamma_L} N \times \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} ds \\
 &= - \int_{\Gamma_{La}} N \times \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} ds = - \int_s^e N_z I dz
 \end{aligned}$$

$$G_L(\varphi) = \int_{\Gamma_L} \varphi \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} ds = \int_{\Gamma_{L_s} + \Gamma_{L_e}} \varphi \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} ds = -\varphi I \Big|_s^e$$

$$G_L(\varphi) = - \int_s^e \frac{\partial \varphi}{\partial z} I dz$$

A-φ法にガラーキソ法を適用した残差式(2/3)

$$E_z = ZI$$

Z : 内部インピーダンス

$$I = \frac{E_z}{Z} = -\frac{j\omega}{Z} (A + \nabla\Phi)_z = -\frac{j\omega}{Z} \left(A_z + \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right)$$

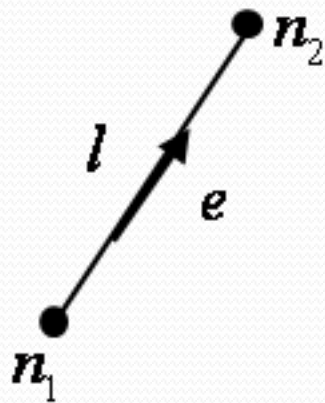
$$G_L(N) = \frac{j\omega}{Z} \int_s^e N_z \left(A_z + \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right) dz$$

$$G_L(\varphi) = \frac{j\omega}{Z} \int_s^e \frac{\partial\varphi}{\partial z} \left(A_z + \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right) dz$$



$$G_L(N) + G_L(\varphi) = \frac{j\omega}{Z} \int_s^e \left(N_z + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \right) \left(A_z + \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right) dz$$

A-φ法にガラーキン法を適用した残差式(3/3)



一次辺要素

$$N_z = \frac{1}{l}$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = -\frac{1}{l}$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = \frac{1}{l}$$

$$M_l = \frac{j\omega}{Zl} \begin{Bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{Bmatrix}$$

円柱導体の内部インピーダンス

$$Z = \frac{\tau J_0(\tau a)}{2\pi a \sigma J'_0(\tau a)}$$

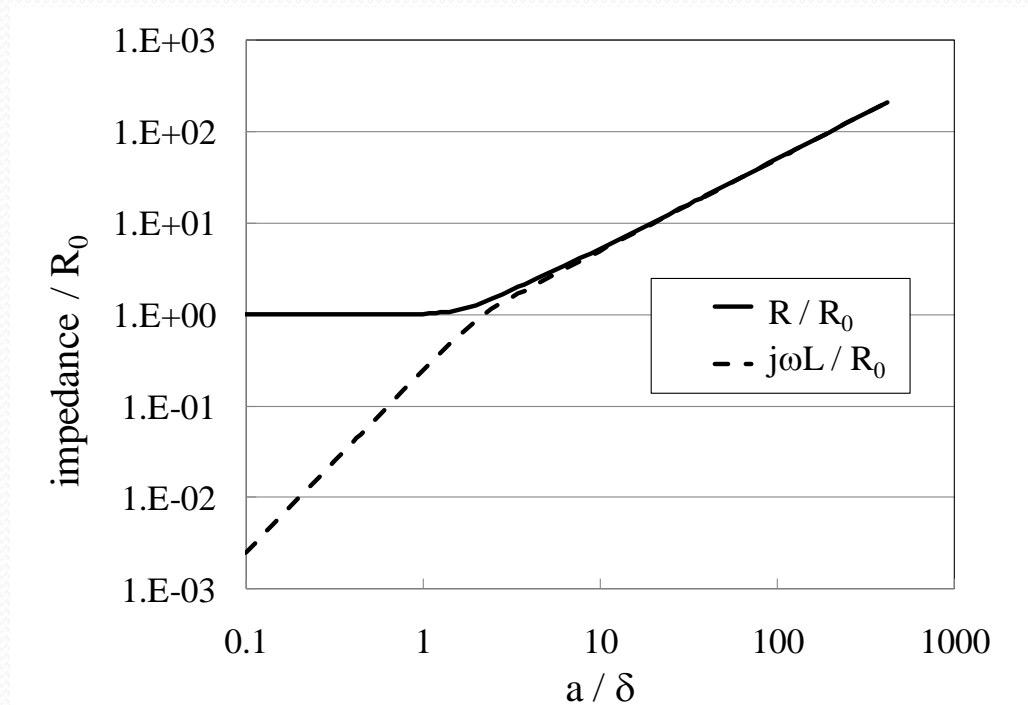
$$\tau = j^{-1/2} \sqrt{\omega \mu \sigma} = j^{-1/2} \frac{\sqrt{2}}{\delta}$$

$\omega = 0$ の時

$$R_0 = Z_0 = \frac{1}{\pi a^2 \sigma}$$

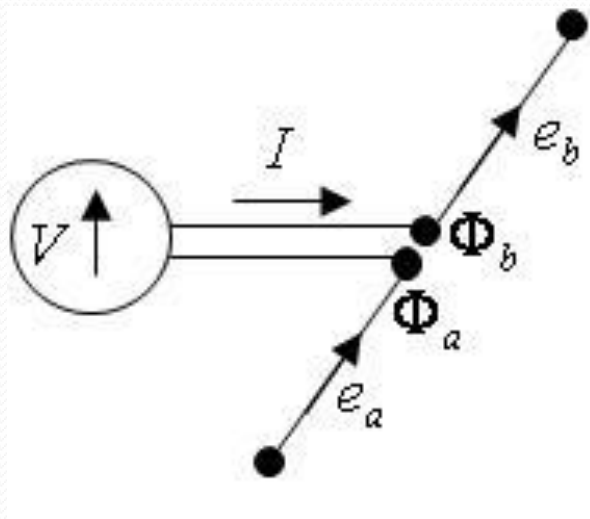
$\delta \ll a$ の時

$$Z = \frac{1 + j}{2\pi a \sigma \delta}$$



円柱導体の内部インピーダンス
周波数依存性

電圧印加



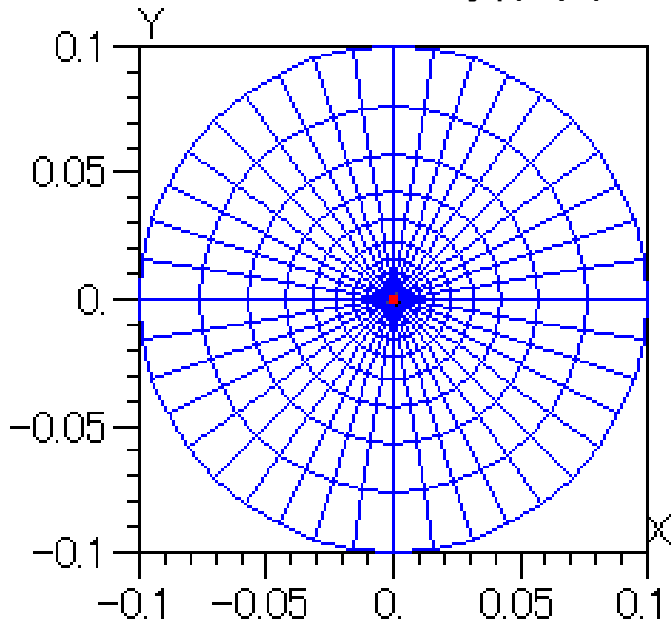
$$j\omega(\Phi_b - \Phi_a) = V$$

導体細線への電圧印加

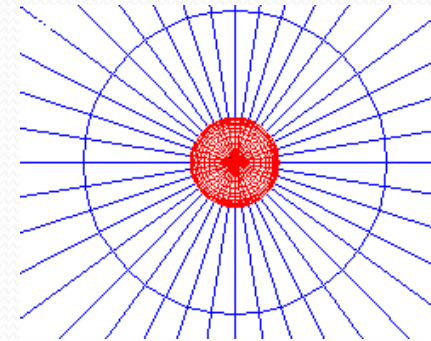
3. 解析例

無限直線導体(1/2)

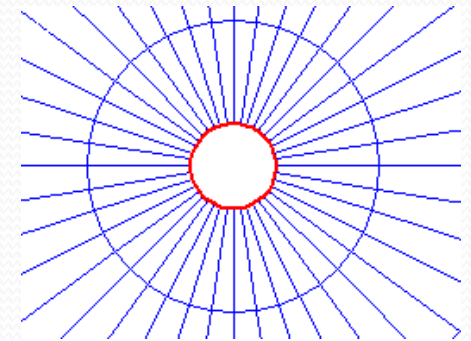
導体半径1mm



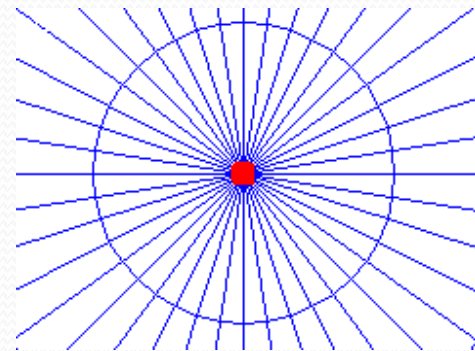
解析領域全体



Solid



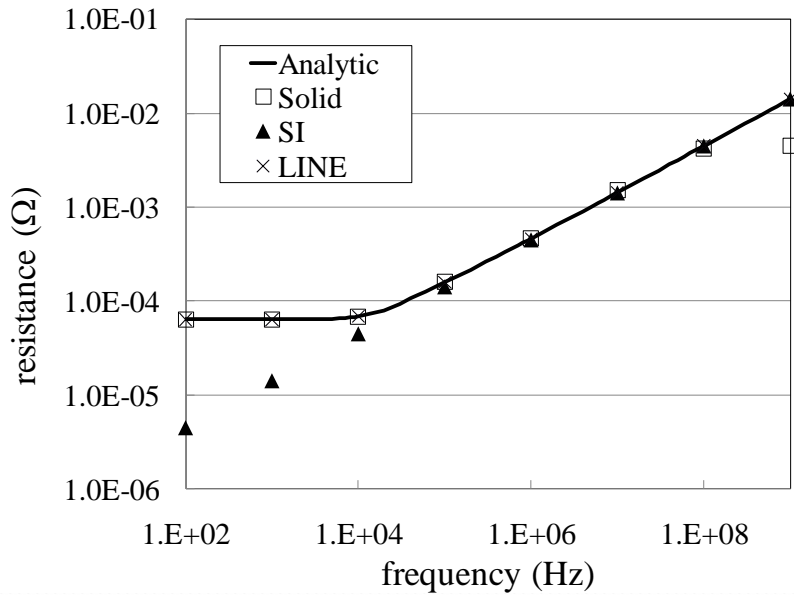
SI



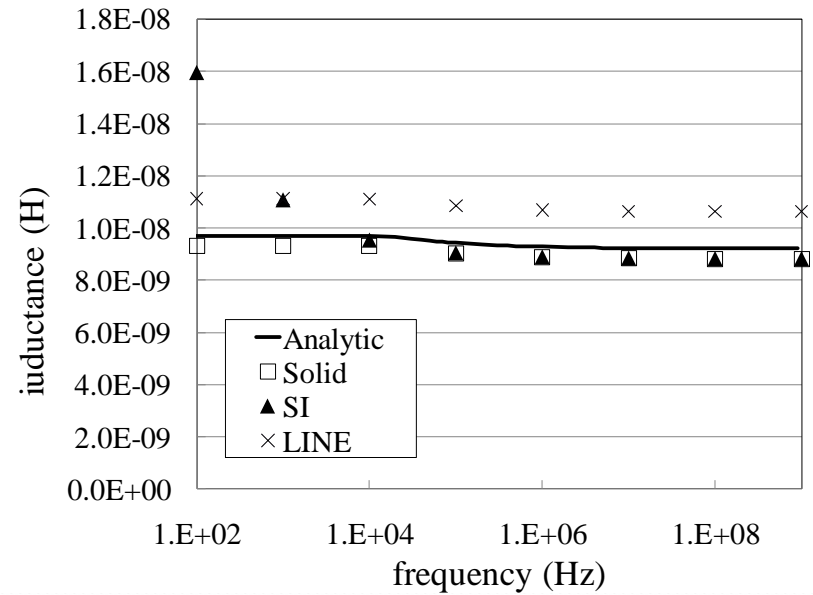
Line

無限直線導体解析メッシュ

無限直線導体 (2/2)



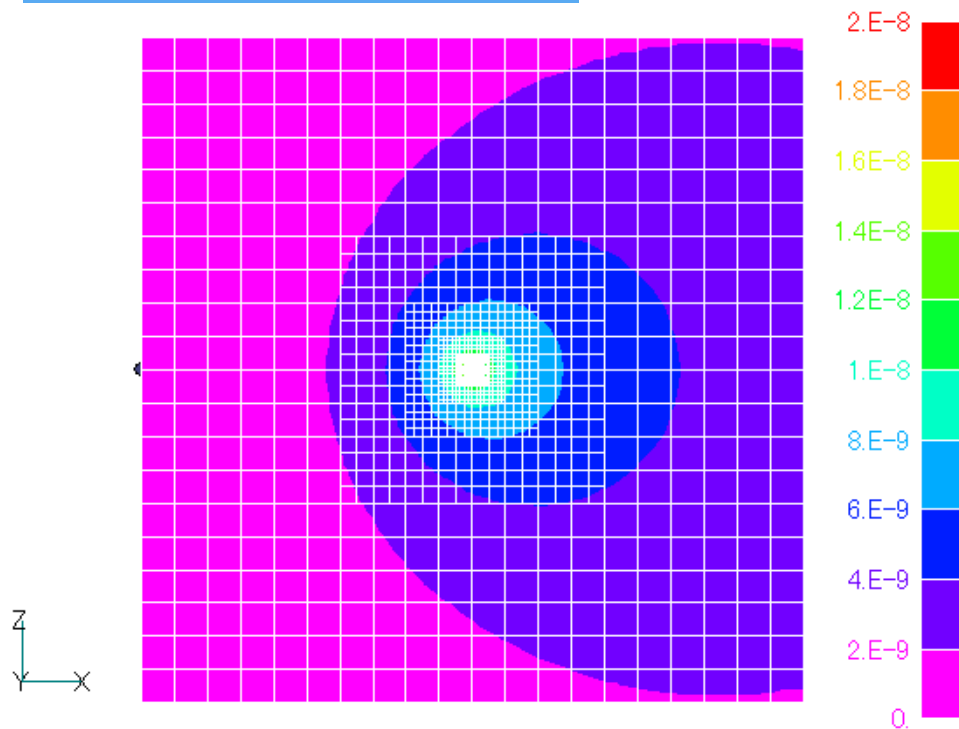
抵抗の周波数依存性



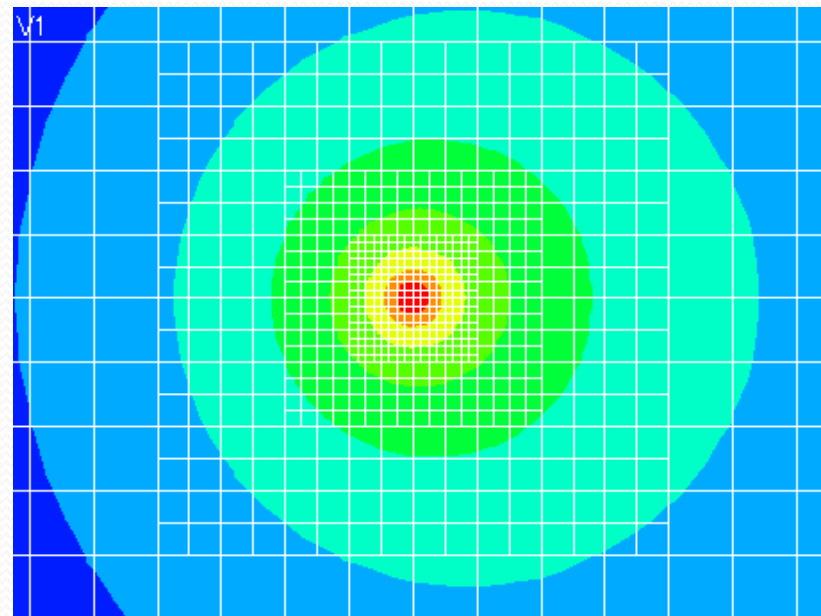
インダクタンスの周波数依存性

線要素のとき、インダクタンスに周波数に依存しない一定の誤差
← 導体近傍の磁気エネルギー(外部インダクタンス)
抵抗は全周波数で誤差は小さい。

リング導体(1/2)



解析領域全体



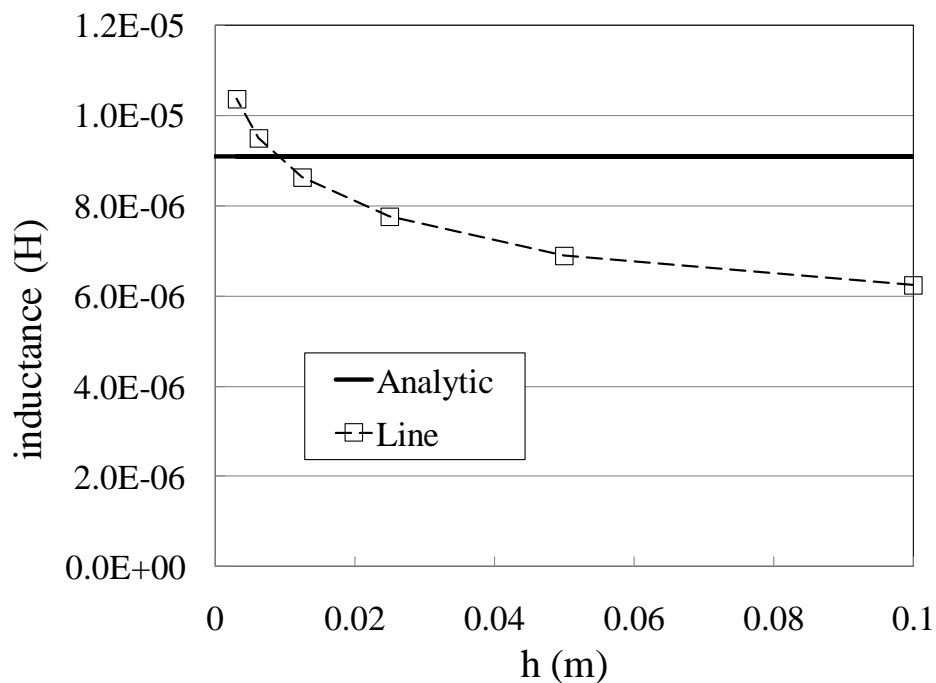
導体近傍

リング電流磁束線図

無限要素の適用

非適合メッシュによる細分化

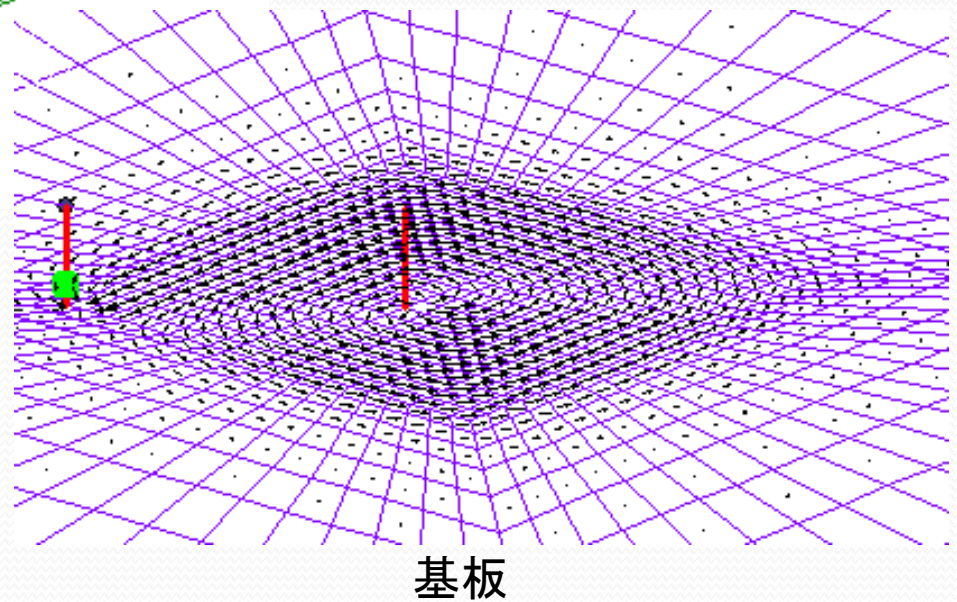
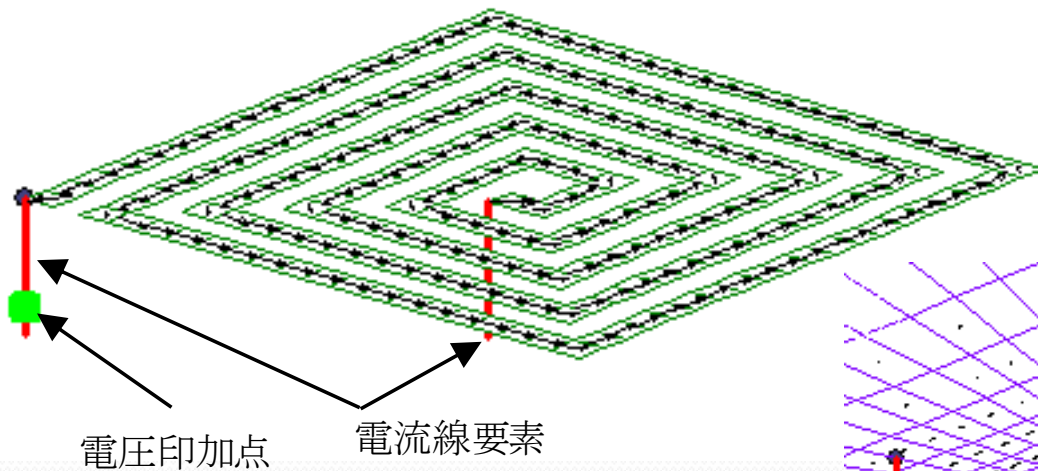
リング導体 (2/2)



インダクタンスのメッシュ幅依存性

導体半径の8倍(8mm)程度が最適

角型スパイラルインダクタ



角型スパイラルインダクタのメッシュと渦電流密度分布

4. まとめ

電流線要素

- ・細線導体のモデル化, メッシュ分割を容易にする.
(線は線で)
- ・抵抗の精度は良いが, インダクタンスは周波数に依存しない一定値の誤差(補正可)を含む.

表面インピーダンス法
導体面要素
ギャップ要素
電流線要素
非適合要素接続
無限要素



有限要素法電磁場解析
の実用性の向上